

ECUACIONES LOGARITMICAS

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log x^2 - \log(x - 16) = 2$

b) $3 \log x = \log 6 + 2 \log x$

c) $2 \log x = \log\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{7}{4}$

d) $\log(3x-1) - \log(2x+3) = \log 10 - \log 25$

e) $\log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4)$

f) $\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2$

g) $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2$

h) $\log(2^{2-x})^{2+x} + \log 1250 = 4$

SOLUCIONES

$$a) \log\left(\frac{x^2}{x-16}\right) = 2 \rightarrow (\text{definición de logaritmo}) 10^2 = \frac{x^2}{x-16} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0 \rightarrow x = 80, x = 20$$

$$b) \log x^3 = \log 6 + \log x^2 \rightarrow \log x^3 = \log(6x^2) \rightarrow x^3 = 6x^2 \rightarrow x = 0, x = 6$$

Como el logaritmo sólo se puede hacer de valores positivos la solución es **x = 6**.

$$c) \log x^2 = \log\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{7}{4} \rightarrow \log x^2 - \log\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{7}{4} \rightarrow \log\left(\frac{x^2}{\frac{x}{2}}\right) = -\frac{7}{4} \rightarrow \log\left(\frac{2x^2}{x}\right) = -\frac{7}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow 10^{-\frac{7}{4}} = \frac{2x^2}{x} \rightarrow 10^{-\frac{7}{4}}x = 2x^2 \rightarrow x = 0, x = \frac{10^{-\frac{7}{4}}}{2}$$

$$\text{Sólo sirve la solución } x = \frac{10^{-\frac{7}{4}}}{2}$$

$$d) \log(3x-1) - \log(2x+3) = \log 10 - \log 25$$

$$\rightarrow \log\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right) = \log\left(\frac{10}{25}\right) \rightarrow \frac{3x-1}{2x+3} = \frac{10}{25} \rightarrow 75x - 25 = 20x + 30 \rightarrow x = 1$$

$$e) \log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4) \rightarrow \log\left(\frac{5x+4}{2}\right) = \log \sqrt{x+4} \rightarrow \frac{5x+4}{2} = \sqrt{x+4} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{5x+4}{2}\right)^2 = (\sqrt{x+4})^2 \rightarrow x = 0, x = -\frac{36}{25}$$

$$\text{Sólo sirve la solución } x = -\frac{36}{25}$$

$$f) \frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2 \rightarrow \log(16-x^2) = 2\log(3x-4) \rightarrow \log(16-x^2) = \log(3x-4)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16-x^2 = (3x-4)^2 \rightarrow x = 0, x = 2, 4$$

Sólo sirve la solución **x = 2, 4**

$$g) \frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 \rightarrow \log 2 + \log(11-x^2) = 2\log(5-x) \rightarrow \log 2(11-x^2) = \log(5-x)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2(11-x^2) = (5-x)^2 \rightarrow x = 3, x = \frac{1}{3}$$

$$h) \log(2^{2-x})^{2+x} + \log 1250 = 4 \rightarrow \log[(2^{2-x})^{2+x} \cdot 1250] = 4 \rightarrow 10^4 = 1250 \cdot 2^{4-x^2} \rightarrow$$

$$2^4 \cdot 5^4 = 5^4 \cdot 2^{5-x^2} \rightarrow 4 = 5 - x^2 \rightarrow x = \pm 1$$